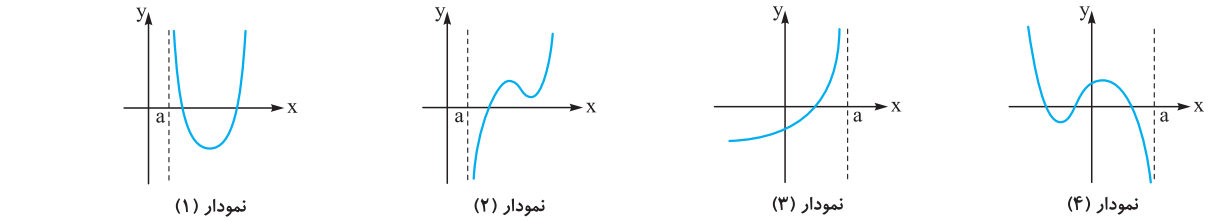
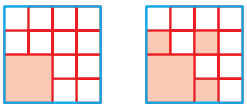
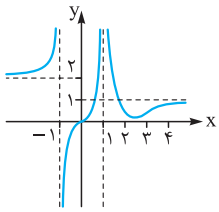
DECODE
#رمزگشایی ۲۰ نهایی و ۱۰۰ کنکور!
SanjeshCloud

۵ آزمون	ریاضی (۳)	پایهٔ دوازدهم ـ رشته: علوم تجربی	خیلی سبز!
	◀ فصل ۳: حد بی‌نهایت و حد در بی‌نهایت (آزمون جامع ۱) ▶	مـدت آزمـون: ۶۰ دقیقه	

ردیف		نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) در تقسیم چندجمله‌ای $Q(x)$ بر دوجمله‌ای $2x-1$ باقی‌مانده برابر با $Q(-2)$ است. ب) بازهٔ $(-2,0)$، یک همسایگی راست برای صفر است. ج) حاصل حد $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-4}$ برابر ۱ است.	۰/۷۵
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) اگر بازهٔ $(1,6-x)$ همسایگی عدد ۳ باشد، حدود x بازهٔ ..... است. ب) با توجه به شکل مقابل، حد تابع $f(x)=\frac{1}{\lvert x\rvert}$ در نقطهٔ $x=0$ برابر است با ..... . ج) حاصل $\lim\limits_{x\to+\infty}(3-2x-5x^2)$ برابر با ..... است.	۰/۷۵
۳	حدود زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim\limits_{x\to27}\frac{x^2-27x}{\sqrt[3]{x}-3}$ ب) $\lim\limits_{x\to2}\frac{5x}{(x-2)^3}$ ج) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-4x^7+5x^3}{x^4+9x+9}$	۲
۴	نمودار تابع مقابل را رسم کنید و سپس به کمک آن، حاصل حدهای خواسته‌شده را بنویسید. $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x} & x>0\\ x-1 & x<0\end{cases}$ الف) $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)$ ب) $\lim\limits_{x\to0^-}f(x)$ ج) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ د) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$	۱/۲۵
۵	مشخص کنید هر یک از عبارت‌های «الف» تا «د» مربوط به کدام نمودار هستند؟  نمودار (۱) نمودار (۲) نمودار (۳) نمودار (۴) الف) $\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=-\infty$ ب) $\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=+\infty$ ج) $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=-\infty$ د) $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=+\infty$	۱
۶	حدود زیر را در صورت وجود به دست آورید. الف) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3x^3-4x+1}{9x^3-11x-3}$ ب) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\frac{[x]-3}{\lvert2x-1\rvert}$ *در محاسبهٔ حد توابع شامل قدر مطلق و جزء صحیح، اول تکلیف این دو نماد رو مشخص کنید تا از بین برن، بعدش از تابع حد بگیرید.*	۱
۷	یک مربع به ضلع ۲ واحد را به چهار قسمت مساوی تقسیم کرده و یکی از قسمت‌ها را رنگ می‌کنیم. در مرحلهٔ بعدی مطابق شکل هر کدام از قسمت‌های رنگ‌نشدهٔ باقی‌مانده را به چهار قسمت مساوی تقسیم کرده و یک قسمتش را رنگ می‌کنیم. اگر این کار را به همین ترتیب ادامه دهیم، در نهایت کسری از مساحت مربع که رنگ می‌شود به چه عددی میل می‌کند؟ چرا؟  مرحلهٔ (۱) مرحلهٔ (۲)	۱
۸	با توجه به نمودار تابع f حاصل حدهای زیر را به دست آورید.  الف) $\lim\limits_{x\to1^-}f(x)$ ب) $\lim\limits_{x\to0}f(x)+\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)+\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$	۱/۲۵
۹	اگر $f(x)=\frac{2x^2-x-1}{ax^2+bx-6}$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\frac{2}{5}$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to1}f(x)\neq0$ را پیدا کنید.	۱
	موفق باشید	جمع نمرات ۱۰

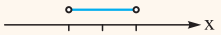
آزمون شمارهٔ ۵ (فصل سوم: جامع ۱)

۱ الف) نادرست (۰/۲۵)

در تقسیم چندجمله‌ای $Q(x)$ بر دوجمله‌ای درجه‌اول $2x-1$، باقی‌ماندهٔ تقسیم برابر $Q(\frac{1}{2})$ است. $2x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$

ب) نادرست (۰/۲۵)

بازهٔ $(-2,0)$ برای صفر، یک همسایگی چپ است.



ج) درست (۰/۲۵)

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-4}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}=\lim_{x\to+\infty}1=1$$

۲ الف) $x\in(-\infty,4)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x<4 \Rightarrow x-1<3$

ب) $+\infty$ (۰/۲۵) وقتی از هر دو طرف راست و چپ عدد صفر روی محور xها به صفر نزدیک می‌شویم، مقادیر تابع به سمت $+\infty$ می‌رود.

ج) $-\infty$ (۰/۲۵)

در حد توابع چندجمله‌ای وقتی $x\to\infty$، باید جمله با بزرگ‌ترین توان را انتخاب کنیم.

$$\lim_{x\to+\infty}(3-2x-5x^2)=\lim_{x\to+\infty}(-5x^2)=-\infty$$

۳ الف)

$$\lim_{x\to27}\frac{x^2-27x}{\sqrt[3]{x}-3}=\frac{27^2-27(27)}{\sqrt[3]{27}-3}=\frac{0}{0}$$ حالت مبهم

فرجهٔ رادیکال ۳است، پس از اتحاد $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ استفاده می‌کنیم. یعنی $(\sqrt[3]{x}-3)$ را معادل $(a-b)$ فرض می‌کنیم و صورت و مخرج را در (a^2+ab+b^2) ضرب می‌کنیم:

$$\lim\frac{\overbrace{(x^2-27x)}^{\text{فاکتور از } x}(\sqrt[3]{x^2}+3\sqrt[3]{x}+9)}{\underbrace{(\sqrt[3]{x}-3)(\sqrt[3]{x^2}+3\sqrt[3]{x}+9)}_{(0/25)}}$$

$$=\underbrace{\frac{x\,(x-27)\,(\sqrt[3]{x^2}+3\sqrt[3]{x}+9)}{(x-27)}}_{(0/25)}=27\times(9+9+9)=\underbrace{729}_{(0/25)}$$

ب) اگر به جای xها ۲ بگذاریم، فقط مخرج کسر صفر می‌شود، لذا باید حد چپ و راست را جداگانه محاسبه کرد:

$$\lim_{x\to2^+}\frac{5x}{(x-2)^3}=\frac{5(2)}{(0^+)^3}=\frac{10}{0^+}=+\infty$$ (۰/۲۵)

$$\lim_{x\to2^-}\frac{5x}{(x-2)^3}=\frac{5(2)}{(0^-)}=\frac{10}{0^-}=-\infty$$ (۰/۲۵)

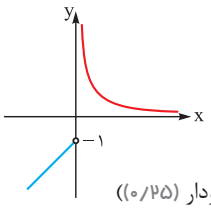
حد چپ و راست عدد حقیقی نبوده لذا تابع در $x=2$ حد ندارد. (۰/۲۵)

ج)

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{-4x^7+5x^3}{2x^4+9x+9}=\lim\frac{-4x^7}{2x^3}=-2x^4$$

$$=-2(-\infty)^4=-2(+\infty)=-\infty$$ (۰/۵)

۴



$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x} & x>0\\ x-1 & x<0\end{cases}$$

(رسم نمودار (۰/۲۵))

الف) $\lim_{x\to0^+}f(x)=+\infty$ (۰/۲۵)

ب) $\lim_{x\to0^-}f(x)=-1$ (۰/۲۵)

ج) $\lim_{x\to+\infty}f(x)=0$ (۰/۲۵)

د) $\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ (۰/۲۵)

۵ الف) نمودار ۴ (۰/۲۵)

ب) نمودار ۳ (۰/۲۵)

ج) نمودار ۲ (۰/۲۵)

د) نمودار ۱ (۰/۲۵)

۶ الف)

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{3x^3-4x+1}{9x^3-11x-3}=\lim\frac{3x^3}{9x^3}=\frac{1}{3}$$ (۰/۵)

ب)

$$\lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{[x]-3}{|2x-1|}=\frac{-3}{0^+}=-\infty$$ (۰/۵)

۷ مساحت رنگ‌شده در هر مرحله را می‌نویسیم:

مرحلهٔ ۱ $n=1 \Rightarrow$ نسبت مساحت رنگ‌شده $=\frac{1}{4}=1-\frac{3}{4}$

مرحلهٔ ۲ $n=2 \Rightarrow$ نسبت مساحت رنگ‌شده $=\frac{1}{4}+\frac{3}{16}=\frac{7}{16}=1-(\frac{3}{4})^2$

مرحلهٔ ۳ $n=3 \Rightarrow$ نسبت مساحت رنگ‌شده $=\frac{1}{4}+\frac{3}{16}+\frac{9}{64}=\frac{37}{64}=(1-(\frac{3}{4})^3)$

پس قسمت رنگ‌شده در مرحلهٔ nام برابر $\underbrace{S=(1-(\frac{3}{4})^n)}_{(0/5)}$ است.

وقتی $n\to\infty$ داریم: $(\frac{3}{4})^n=0$؛ بنابراین: $\lim_{n\to\infty}S=1$ (۰/۵)

۸ الف) $\lim_{x\to1^-}f(x)=+\infty$ (۰/۲۵)

ب)

$$\lim_{x\to0}f(x)+\lim_{x\to-\infty}f(x)+\lim_{x\to+\infty}f(x)$$

$$=\underbrace{0}_{(0/25)}+\underbrace{2}_{(0/25)}+\underbrace{1}_{(0/25)}=3$$ (۰/۲۵)

۹ حد تابع را وقتی $x\to+\infty$ بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{x\to\infty}=\frac{2x^2-x-1}{ax^2+bx-6}=\lim\frac{2x^2}{ax^2}=\frac{2}{a}=\frac{2}{5}\Rightarrow a=5$$ (۰/۲۵)

وقتی $x\to1$، حاصل حد صورت صفر است و چون $\lim_{x\to1}f(x)\neq0$، پس حاصل حد مخرج نیز برابر صفر است.

$$5x^2+bx-6=0\xrightarrow{x=1}5(1)^2+(b)(1)-6=0\Rightarrow b=1$$ (۰/۲۵)

پس باید حد $\frac{2x^2-x-1}{5x^2+x-6}$ را وقتی که $x\to1$ میل می‌کند، رفع ابهام کنیم:

صورت و مخرج را بر $(x-1)$ تقسیم می‌کنیم:

$$\lim_{x\to1}\frac{2x^2-x-1}{5x^2+2x-6}=\lim_{x\to1}\frac{(2x+1)(x-1)}{(5x+6)(x-1)}=\frac{3}{11}$$